Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Естественные и математические науки»

КИНЕМАТИКА

Методические указания к практическим занятиям
и выполнению контрольной работы по дисциплине
«ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»
для студентов направлений

15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
21.03.01 «Нефтегазовое дело»

очной и заочной формы обучения

Энгельс 2026

Введение

Теоретическая механика является основой многих современных инженерных дисциплин. Без глубокого усвоения положений и методов теоретической механики невозможно дальнейшее изучение большинства технических наук. Кроме того, в процессе изучения теоретической механики студенты впервые используют математический аппарат для решения конкретных задач.

Особое место в изучении курса занимает решение задач, которое позволяет закреплять и углублять теоретические знания, развивает навыки самостоятельного мышления, помогает овладению математическими методами.

Предлагаемые методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов, и могут быть использованы преподавателями при проведении практических занятий и контрольных работ по теоретической механике при изучении раздела «Кинематика».

Кинематикой называется раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве вне связи с силами, определяющими это движение.

Основная задача кинематики состоит в том, чтобы, зная закон движения данного тела, определить все кинематические характеристики как самого тела, так и его точек (траекторию, скорость, ускорения)

Методические указания включают в себя сведения из теории, примеры и 10 различных вариантов заданий по темам: кинематика точки, вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси, плоскопараллельное движение твёрдого тела, сложное движение точки.

1. Кинематика точки

Для того, чтобы задать движение точки, нужно задать её положение в выбранной системе отсчёта в любой момент времени. Существует три способа задания движения: *а*) *естественный*, *б*) *векторный*, *в*) *координатный*.

а) *Естественный способ задания движения.*

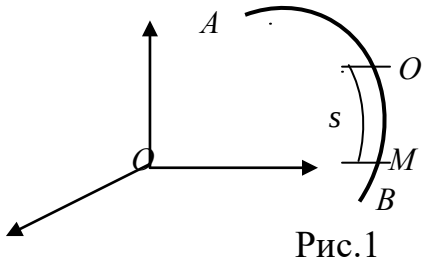


Рис.1

Координата s движущейся по траектории (непрерывная линия, которую описывает точки M изменяется со временем t, то есть

$$s = f(t)$$

Это равенство и есть закон движения точки M вдоль траектории.

Скорость точки в данный момент времени при естественном способе задания движения:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Вектор скорости $\overline{V}$ направлен по касательной к траектории. Численная величина скорости V отличается от модуля скорости только знаком.

Вектор ускорения $\overline{a}$ всегда является диагональю параллелограмм, построенного на его составляющих $\overline{a}_\tau$ (касательная составляющая) и $\overline{a}_n$ (нормальная составляющая). Величины касательного и нормального ускорения находятся по формулам:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}, \qquad a_n = \frac{V^2}{\rho},$$

где ρ - радиус кривизны траектории. Численная величина полного ускорения вычисляется по формуле:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(\frac{dV}{dt})^2 + (\frac{V^2}{\rho})^2}$$

б) *Векторный способ задания движения.*

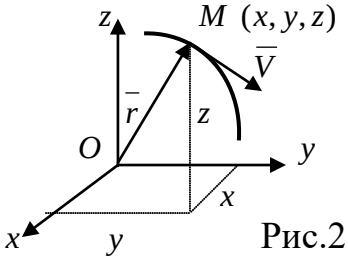


Рис.2

При движении точки M вдоль траектории (рис.2) с течением времени *радиус-вектор* $\overline{r}$ точки M будет изменяться, то есть

$$\overline{r} = \overline{r}(t), \text{ где } \overline{r} = x \cdot \overline{i} + y \cdot \overline{j} + z \cdot \overline{k}$$

Это и есть закон движения в векторной форме. Годограф этого вектора определяет траекторию движения точки.

Скорость точки в данный момент времени t есть

$$\overline{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\overline{r}}{dt}$$

Ускорение точки в данный момент времени t есть

$$\overline{a} = \frac{d\overline{V}}{dt} = \frac{d^2 \overline{r}}{dt^2}$$

в) *Координатный способ задания движения.*

При движении точки M вдоль траектории (рис.2) координаты точки x, y, z с течением времени будут изменяться, то есть

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t), \quad z = f_3(t)$$

Эти соотношения представляют собой уравнения движения (закон движения) точки в декартовых прямоугольных координатах. Они представляют собой и параметрические уравнения траектории.

Исключив параметр t из уравнений движения, получим уравнение траектории через координаты точки.

Скорость точки $\overline{V}(V_x, V_y, V_z)$ в данный момент времени определяется соотношениями:

составляющие скорости $V_x = \dfrac{dx}{dt}, \quad V_y = \dfrac{dy}{dt}, \quad V_z = \dfrac{dz}{dt},$

модуль скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$,

направляющие косинусы $\cos\alpha = \dfrac{V_x}{V}, \quad \cos\beta = \dfrac{V_y}{V}. \quad \cos\gamma = \dfrac{V_z}{V},$

где α, β, γ - углы между вектором скорости и осями координат.

Ускорение точки $\overline{a}(a_x, a_y, a_z)$ в данный момент определяется соотношениями:

составляющие ускорения $a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2},$

модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

направляющие косинусы $\cos\varphi = \dfrac{a_x}{a}, \quad \cos\mu = \dfrac{a_y}{a}, \quad \cos\nu = \dfrac{a_z}{a},$

где φ, μ, ν - углы между вектором ускорения и осями координат.

Пример 1. Даны уравнения движения точки в плоскости Oxy:

$$x = -2\cos(\frac{\pi}{4}t) + 3, \quad y = 2\sin(\frac{\pi}{8}t) - 1$$

(x, y - в сантиметрах, t - в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1c$ найти скорость и ускорение точки, а также её касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Решение.

1) Для определения уравнения траектории точки исключим из заданных уравнений движения время t:

$$\cos(\frac{\pi}{4}t) = \frac{3-x}{2}, \quad \sin(\frac{\pi}{8}t) = \frac{y+1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4} \qquad (1)$$

Отсюда уравнение траектории точки M - парабола:

$$x = (y+1)^2 + 1 \qquad (2)$$

Найдём положение точки M на траектории в момент времени $t_1 = 1c$

$x_1 = -\sqrt{2} + 3 \approx 1{,}6 \quad y_1 = 2 \cdot 0{,}383 - 1 \approx -0{,}23 \qquad M_1(1{,}6; -0{,}23)$

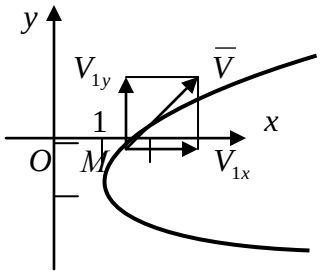


Рис.3

2) Скорость точки найдём по её проекциям на координатные оси:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\sin(\frac{\pi}{4}t), \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos(\frac{\pi}{4}t);$$

и при $t_1 = 1c$ $\quad V_{1x} = 1{,}11 см/с, \quad V_{1y} = 0{,}73 см/с$ (3)

Модуль скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ в момент времени $t_1 = 1c$ равен: $V_1 = 1{,}33 см/с.$

3) Аналогично найдём ускорение точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8}\cos(\frac{\pi}{4}t), \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32}\sin(\frac{\pi}{8}t),$$

и при $t_1 = 1c$ $\quad a_{1x} = 0{,}87 см/с^2, \quad a_{1y} = -0{,}82 см/с^2$ (4)

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2}$ в момент времени $t_1 = 1c$ равен: $a_1 = 0{,}88 см/с^2$.

4) Касательное ускорение найдём, дифференцируя по времени равенство

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2,$$

получим

$$2V\frac{dV}{dt} = 2V_x\frac{dV_x}{dt} + 2V_y\frac{dV_y}{dt},$$

откуда

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V} \qquad (5)$$

Числовые значения всех величин, входящих в правую часть выражения (5), определены и даются равенствами (3) и (4). Подставив в (5) эти числа, найдём, что при $t_1 = 1c$ $\quad a_{1\tau} = 0{,}66 см/с^2$.

5) Нормальное ускорение точки найдём из формулы:

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2 \quad \rightarrow \quad a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2},$$

и при $t_1 = 1c$ $\quad a_{1n} = 0{,}58 см/с^2 ю$

6) Радиус кривизны траектории найдём из формулы:

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{V^2}{a_n}.$$

Подставляя значения V_1 и a_{1n} отсюда при $t_1 = 1c$, получим $\rho_1 = 3{,}05 см.$

Пример 2.

Точка движется по дуге окружности $R = 2м$ по закону:

$$s = 2\sin(\frac{\pi}{4}t) \quad (s \text{ - в метрах, } t \text{ - в секундах}), \quad \text{где } s = \overset{\smile}{AM}.$$

Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1c.$

<u>*Решение.*</u>

Определим скорость точки:

$$V = \frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{4}t)$$

и при $t_1 = 1c$ получим :

$V_1 = 1{,}11 м/с$

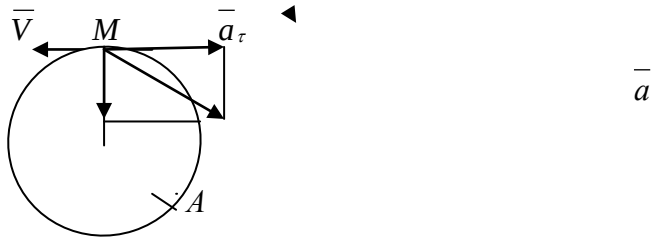


Рис.4

Ускорение находим по его касательной и нормальной составляющим:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = -\frac{\pi^2}{8}\sin(\frac{\pi}{4}t), \quad a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{V^2}{R}.$$

При $t_1 = 1c$ получим:

$$a_{1\tau} = -\frac{\pi^2\sqrt{2}}{16} = 0{,}87 м/c^2, \quad a_{1n} = \frac{V_1^2}{2} = \frac{(1{,}11)^2}{2} = 0{,}62 м/c^2.$$

Тогда полное ускорение точки при $t_1 = 1c$ будет:

$$a_1 = \sqrt{a_{1\tau}^2 + a_{1n}^2} = \sqrt{(0{,}87)^2 + (0{,}62)^2} = 1{,}07 м/c^2$$

Векторы скорости и ускорения изображены на рис.4, учитывая знаки V_1 и $a_{1\tau}$ ($\bar{a}_n$ направлен к центру окружности) и считая положительным направлением от A к M.

2. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси.

Вращательным называется такое движение твёрдого тела, при котором две какие-нибудь точки, принадлежащие телу, остаются во время движения неподвижными.

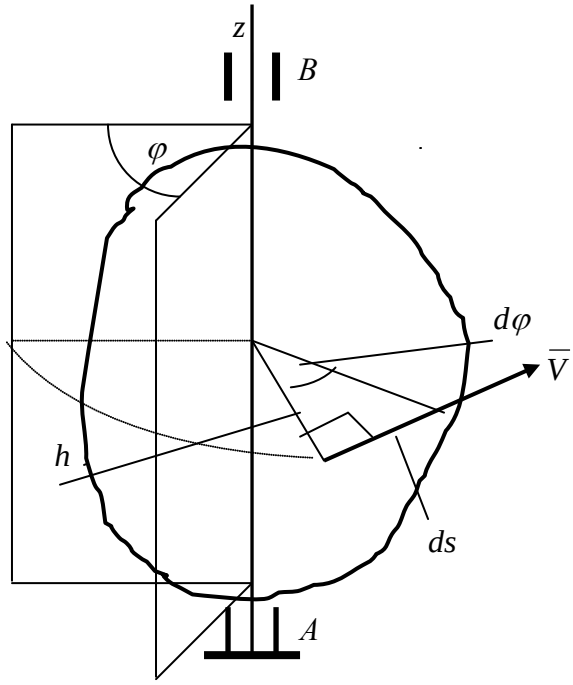


Рис.5

Положение тела в любой момент времени будет определяться углом φ - углом поворота тела, положительным, если вращение происходит против хода часовой стрелки, и отрицательным – по ходу часовой стрелки.

Закон вращательного движения:

$$\varphi = f(t)$$

Основные кинематические характеристики вращательного движения твёрдого тела являются: угловая скорость ω и угловое ускорение ε.

Угловой скоростью тела в данный момент времени t называется:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad [c^{-1}]$$

Вектор угловой скорости $\overline{\omega}$ направлен по оси вращения в ту сторону, откуда вращение видно против хода часовой стрелки.

Угловое ускорение характеризует изменение угловой скорости тела с течением времени:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad [c^{-2}]$$

Вектор углового ускорения $\overline{\varepsilon}$ направлен, как и $\overline{\omega}$, вдоль оси вращения. Если направления $\overline{\omega}$ и $\overline{\varepsilon}$ совпадают, то вращение ускоренное, если направления $\overline{\omega}$ и $\overline{\varepsilon}$ противоположны, то вращение замедленное.

Точка M вращающегося тела, находящаяся на расстоянии h от оси вращения за время dt поворачивается на угол $d\varphi$ и по траектории перемещается на $ds = hd\varphi$, тогда *линейная* (или *окружная*) скорость точки M твёрдого тела равна:

$$V = \frac{ds}{dt} = h\frac{d\varphi}{dt} = h\omega$$

Ускорение точки M вращающегося твёрдого тела находится по формулам:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = h\frac{d\omega}{dt} = h\varepsilon, \qquad a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{h^2\omega^2}{h} = h\omega^2,$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{h^2\varepsilon^2 + h^4\omega^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

Отклонение вектора полного ускорения $\overline{a}$ от радиуса определяется углом μ:

$$tg\mu = \frac{|a_\tau|}{a_n} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}.$$

Пример 3.

Рейка 1, ступенчатое колесо 2 с радиусами $R_2 = 6см$ и $r_2 = 4см$, и колесо 3 радиуса $R_3 = 8см$, скреплённое с валом радиуса $r_3 = 3см$ находятся в зацеплении; на вал намотана нить с грузом 4 на конце. Рейка движется по закону: $s_1 = 3t^3$.

Определить в момент времени $t = 3c$ $\omega_3, V_4, \varepsilon_3, a_A$.

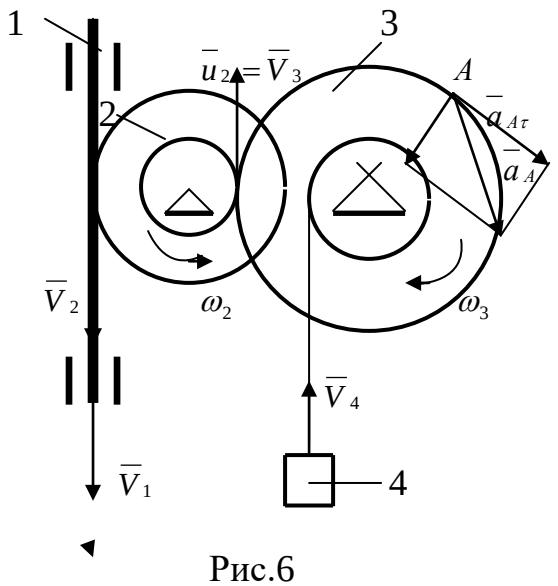


Рис.6

Решение.

При решении задачи следует учесть, что когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и таже, а когда два колеса связаны ремённой передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колёс, в данный момент времени численно равны; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.

Условимся обозначать скорости точек, лежащих на внешних ободах колёс (радиуса R_i) через V_i, а скорости точек, лежащих на внутренних ободах (радиуса r_i) – через u_i.

1) Зная закон движения рейки 1, найдём её скорость:

$$V_1 = \frac{ds}{dt} = 9t^2 \qquad (1)$$

Так как рейка и колесо 2 находятся в зацеплении, то

$$V_2 = V_1 \quad \rightarrow \quad \omega_2 R_2 = V_1. \qquad (2)$$

Колёса 2 и 3 тоже находятся в зацеплении, следовательно,

$$u_2 = V_3 \quad \rightarrow \quad \omega_2 r_2 = \omega_3 R_3. \qquad (3)$$

Из равенств (1),(2) и (3) находим:

$$\omega_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{3}{2}t^2, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{R_3}\omega_2 = \frac{3}{4}t^2. \qquad (4)$$

Тогда для момента времени $t = 3c$ получим: $\omega_3 = 6{,}75c^{-1}$.

2) Найдём V_4. Так как $V_4 = \omega_3 r_3$, то при $t = 3c$ $V_4 = 20{,}25см/с$.

3) Найдём ε_3. Из второго равенства (4), получим

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = 1{,}5t \quad \rightarrow \quad \text{при } t = 3c \quad \varepsilon_3 = 4{,}5c^{-2/}$$

4) Найдём a_A. Для точки $A: \bar{a}_A = \bar{a}_{A\tau} + \bar{a}_{An}$, где численно

$$a_{A\tau} = R_3\varepsilon_3, \quad a_{An} = R_3\omega_3^2$$

Тогда для момента времени $t = 3c$ получим:

$$a_{A\tau} = 36см/с^2, \quad a_{An} = 364{,}5см/с^2;$$

$$a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = 366{,}3см/с^2.$$

3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоским (или *плоскопараллельным*) называется такое движение твёрдого тела, когда все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости Π.

Рассмотрим сечение S данного тела какой-нибудь плоскостью Oxy параллельной плоскости Π.

Все точки тела на прямой, перпендикулярной сечению S. Движутся тождественно. Поэтому для изучения движения всего тела достаточно изучить, как движется сечение S тела в плоскости Oxy.

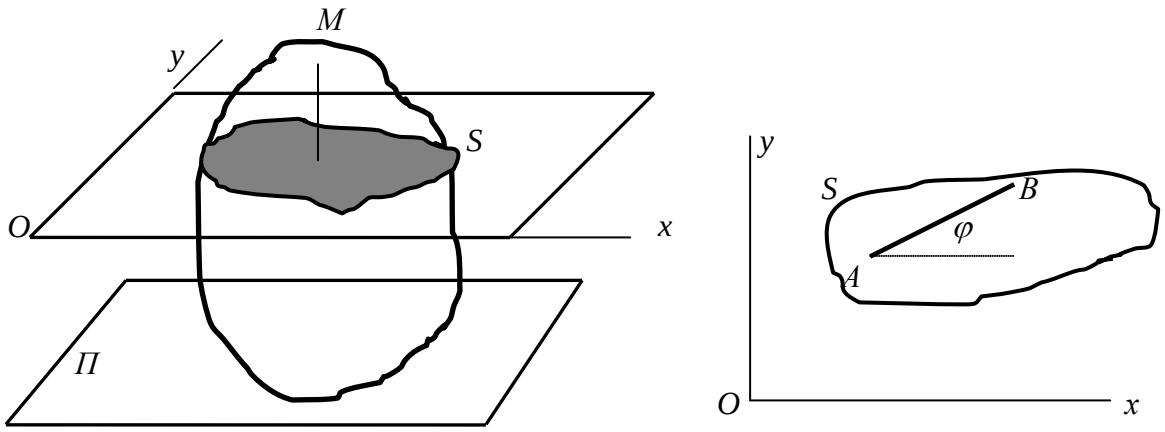


Рис.7

Положение сечения S в плоскости определяется положением какого-либо отрезка AB. В свою очередь положение отрезка можно задать зная x_A, y_A и угол φ. Точка A называется *полюсом*.

При движении координаты полюса x_A, y_A и угол φ будут изменяться со временем, то есть являются функциями времени:

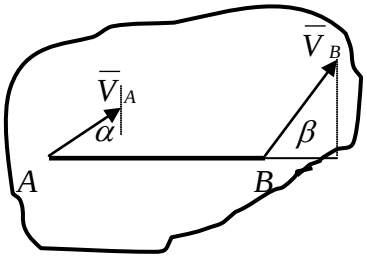
$$x_A = f_1(t), \quad y_A = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t). \qquad (1)$$

Это уравнение плоского движения твёрдого тела.

Плоское движение твёрдого тела слагается из поступательного движения, при котором все точки движутся так же как полюс, и из вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость точки твёрдого тела при плоском движении может быть найдена с помощью теоремы о проекции скоростей:

<u>*Теорема:*</u> Проекции скоростей двух точек твёрдого тела, на прямую их соединяющую, равны между собой.

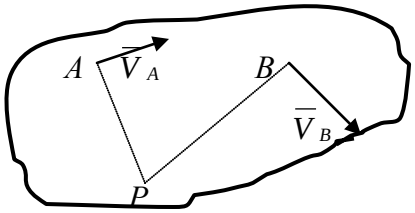


$$V_B \cos\beta = V_A \cos\alpha$$

Рис.8

Для нахождения скорости любой точки твёрдого тела также может быть использован мгновенный центр скоростей.

Мгновенным центром скоростей называется точка P сечения S тела, скорость которой в данный момент времени равна нулю.



$$\frac{V_A}{PA} = \frac{V_B}{PB} = \omega$$

Рис.9

То есть угловая скорость тела равна отношению скорости какой-нибудь точки к её расстоянию до мгновенного центра скоростей, а скорости точек тела пропорциональны их расстояниям до того же центра.

Пример 3.

Механизм (рис.10) состоит из стержней 1.2,3,4 и ползуна B, соединённых друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами.

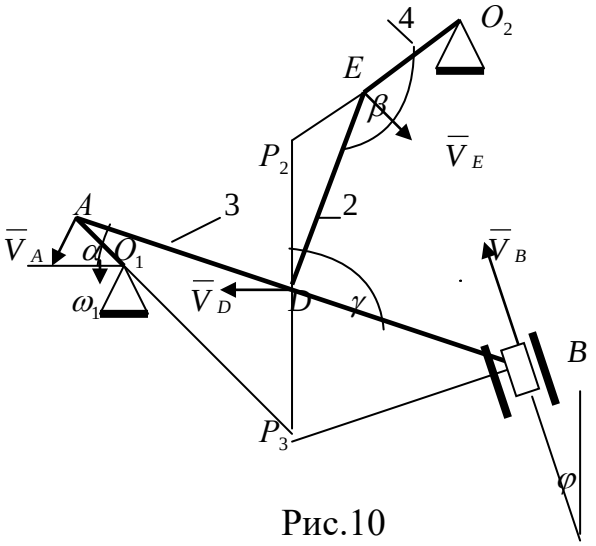


Рис.10

Дано: $\alpha = 60^0$, $\beta = 150^0$, $\gamma = 90^0$, $\varphi = 30^0$, $\theta = 30^0$, $AD = DB$, $l_1 = 0{,}4м$, $l_2 = 1{,}2м$, $l_3 = 1{,}4м$, $\omega_1 = 2c^{-1}$.

Определить: V_B, V_E, ω_2.

<u>*Решение.*</u>

1) Определим $\overline{V}_B$. По данным задачи, учитывая направление ω_1, можем определить $\overline{V}_A$; численно

$$V_A = \omega_1 l_1 = 0{,}8м/c; \quad \overline{V}_A \perp O_1A \qquad (2)$$

Направление $\overline{V}_B$ найдём, учитывая, что точка B принадлежит одновременно ползуну, движущемуся вдоль направляющих поступательно, и стержню AB. Зная $\overline{V}_A$ и направление $\overline{V}_B$, воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня AB) на прямую, соединяющую эти точки (прямая AB). Сначала по этой теореме устанавливаем, в какую сторону направлен вектор $\overline{V}_B$ (*проекции скоростей должны иметь одинаковые знаки*). Затем, вычисляя эти проекции, находим

$$V_B \cos 30^0 = V_A \cos 60^0 \quad \rightarrow \quad V_B = 0{,}46м/c \qquad (3)$$

2) Определим $\overline{V}_E$. Точка E принадлежит стержню DE. Следовательно, по аналогии с предыдущим, чтобы определить $\overline{V}_E$. Надо сначала найти скорость точки D, принадлежащей одновременно стержню AB. Для этого, зная $\overline{V}_A$ и $\overline{V}_B$, строим мгновенный центр скоростей (МЦС) стержня AB; это точка P_3, лежащая на пересечении перпендикуляров $\overline{V}_A$ и $\overline{V}_B$, восстановленных из точек A и B (к $\overline{V}_A$ перпендикулярен стержень1).

По направлению вектора $\overline{V}_A$ определяем направление поворота стержня AB вокруг МПС P_3.

Вектор $\overline{V}_D$ перпендикулярен отрезку P_3D, соединяющему точки D и P_3. И направлен в сторону поворота. Величину V_D найдём из пропорции:

$$\frac{V_D}{P_3D} = \frac{V_B}{P_3B} \qquad (4)$$

P_3D и P_3B найдём из прямоугольного $\Delta AP_{3.}B$ (так как острые углы в нём равны 30^0 и 60^0):

$$P_3B = AB\sin 30^0 = 0{,}5AB = BD.$$

Тогда ΔBP_3D является равносторонним, откуда $P_3B = P_3D$.

В результате равенство (4) даёт:

$$V_D = V_B = 0{,}46 м/с; \quad \overline{V}_D \perp P_3D. \qquad (5)$$

Так как точка E принадлежит одновременно стержню O_2E, вращающемуся вокруг точки O_2, то $\overline{V}_E \perp O_2E$. Тогда, восстанавливая из точек E и D перпендикуляры к скоростям $\overline{V}_E$ и $\overline{V}_D$, построим МЦС – точку P_2 стержня DE. По направлению вектора $\overline{V}_D$ определяем направление поворота стержня DE вокруг центра P_2. Вектор $\overline{V}_E$ направлен в сторону поворота этого стержня. Из рисунка 10 видно, что $\angle P_2ED = \angle P_2DE = 30^0$, откуда $P_2E = P_2D$. Составим теперь пропорцию:

$$\frac{V_E}{P_2E} = \frac{V_D}{P_2D} \quad \rightarrow \quad V_E = V_D = 0{,}46 м/с \qquad (6)$$

3) Определим ω_2. Так как МЦС стержня 2 известен (точка P_2), и

$$P_2D = \frac{l_2}{2\cos 30^0} = 0{,}69 м,$$

то

$$\omega_2 = \frac{V_D}{P_2D} = 0{,}67 c^{-1}.$$

Ответ: $V_B = 0{,}46 м/с$, $V_E = 0{,}46 м/с$, $\omega_2 = 0{,}67 c^{-1}$.

4. Сложное движение материальной точки

Движение точек и тел можно рассматривать не только по отношению к одной системе отсчёта, но одновременно и по отношению к двум. Одна из них условно неподвижна, а другая движется по отношению к первой. Движение, совершаемое при этом телом, называется *составным* или *сложным.*

Относительным движением называется движение, совершаемое точкой по отношению к подвижной системе координат

Переносным движением называется движение, совершаемое подвижной системой координат и всеми связанными с ней точками по отношению к неподвижной системы координат.

Абсолютным или сложным движением называется движение, совершаемое точкой по отношению к неподвижной системы координат.

При сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:

$$\overline{V}абс = \overline{V}отн + \overline{V}пер \qquad (1)$$

Абсолютное ускорение сложного движения точки равно геометрической сумме переносного и относительного ускорений и ускорения Кориолиса:

$$\overline{a}_{абс} = \overline{a}_{отн} + \overline{a}_{пер} + \overline{a}_{к}, \qquad (2)$$

где $\overline{a}_{к} = 2(\overline{\omega}_{пер} \times \overline{V}_{отн})$ - ускорение Кориолиса.

Пример 4.

Пластина $OEAB_1D$ ($OE = OD$) вращается вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости пластины, по закону $\varphi = t^2 - 0{,}5t^3$.

По дуге окружности радиуса $R = 0{,}5м$ движется точка B по закону $s = \overset{\cup}{AB} = \pi R\cos(\frac{\pi t}{3})$ (положительное направление отсчёта s - от A к B).

Определить: $V_{абс}$ и $a_{абс}$ в момент времени $t_1 = 2c$.

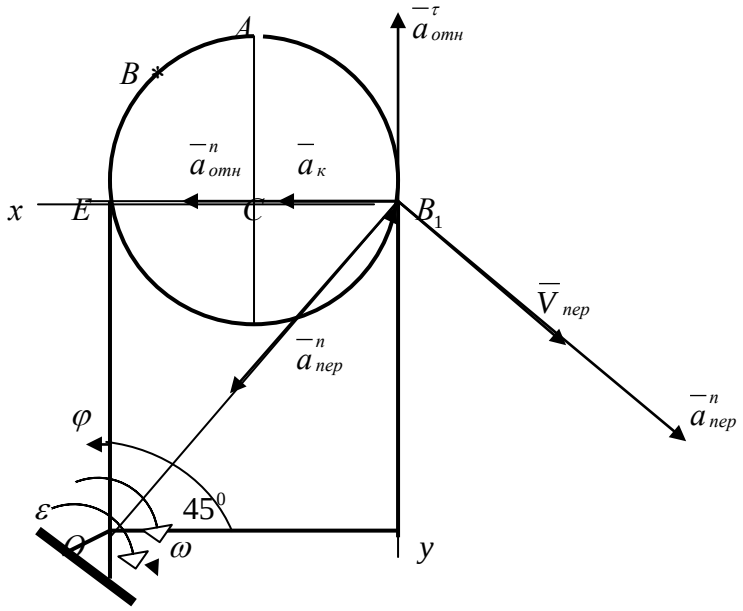


Рис.11

<u>*Решение.*</u>

Рассмотрим движение точки B как сложное движение, считая её движение по дуге окружности относительным, а вращение пластины – переносным движением. Тогда абсолютная скорость $\overline{V}_{абс}$ и абсолютное ускорение $\overline{a}_{абс}$ точки B найдутся по формулам:

$$\overline{V_{абс}} = \overline{V}_{отн} + \overline{V}_{пер}, \qquad \overline{a}_{абс} = \overline{a}_{отн} + \overline{a}_{пер} + \overline{a}_{к},$$

где, в свою очередь,

$$\overline{a}_{отн} = \overline{a}^{\tau}_{отн} + \overline{a}^{n}_{отн}, \qquad \overline{a}_{пер} = \overline{a}^{\tau}_{пер} + \overline{a}^{n}_{пер} \qquad (3)$$

Определим все, входящие в равенства (1),(2),(3) величины.

1) *Относительное движение.*

Это движение происходит по закону

$$s = \overset{\cup}{AB} = \pi R\cos(\frac{\pi t}{3}) \qquad (4)$$

Сначала установим, где будет находиться точка B на дуге окружности в момент времени t_1.

Полагая в уравнении (4) $t_1 = 2c$, получим

$$s_1 = \pi R\cos(\frac{\pi 2}{3}) = -0{,}5\pi R,$$

тогда

$$\angle ACB = \frac{s_1}{R} = -0{,}5\pi$$

Знак минус говорит о том, что точка B в момент времени $t_1 = 2c$ находится справа от точки A.

Находим числовые значения: $V_{отн}$, $a^{\tau}_{отн}$, $a^{n}_{отн}$

$$V_{отн} = \frac{ds}{dt} = -\frac{\pi^2 R}{3}\sin(\frac{\pi t}{3}),$$

$$a^{\tau}_{отн} = \frac{dV_{отн}}{dt} = -\frac{\pi^3 R}{9}\cos(\frac{\pi t}{3}), \qquad a^{n}_{отн} = \frac{V^2_{отн}}{\rho_{отн}} = \frac{V^2_{отн}}{R},$$

где $\rho_{отн}$ - радиус кривизны относительной траектории, равный радиусу окружности R. Для момента времени $t_1 = 2c$, учитывая, что $R = 0{,}5м$, получим:

$$V_{отн} = -\frac{\pi^2 R}{3}\sin(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{\pi^2\sqrt{3}}{12} = -1{,}42м/c,$$

$$a^{\tau}_{отн} = -\frac{\pi^3 R}{9}\cos(\frac{2\pi}{3}) = \frac{\pi^3}{36} = 0{,}86м/c, \qquad a^{n}_{отн} = \frac{\pi^4}{24} = 4{,}06м/c \qquad (5)$$

Знаки найденных величин показывают: вектор $\overline{a}^{\tau}_{отн}$ направлен в сторону положительного отсчёта расстояния s, а вектор $\overline{V}отн$ - в противоположную сторону; вектор $\overline{a}^{n}_{отн}$ направлен к центру C окружности.

2) *Переносное движение.*

Это движение (вращение) происходит по закону $\varphi = t^2 - 0{,}5t^3$. Найдём сначала угловую скорость ω и угловое ускорение ε переносного движения:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2t - 1{,}5t^2, \qquad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2 - 3t,$$

и при $t_1 = 2c$ получим:

$$\omega = -2c^{-1}, \quad \varepsilon = -4c^{-2} \qquad (6)$$

Знаки ω и ε указывают, что в момент времени $t_1 = 2c$ направления ω и ε противоположны направлению положительного отсчёта угла φ.

Для определения $\overline{V}_{пер}$ и $\overline{a}_{пер}$ находим сначала расстояние $h_1 = OB_1$ точки B_1 от оси вращения O. Из рисунка видно, что $h_1 = 2R\sqrt{2} = 1{,}41м$. Тогда в момент времени $t_1 = 2c$, учитывая равенства (6), получим:

$$V_{пер} = |\omega| \cdot h_1 = 2{,}82м/c,$$

$$a^{\tau}_{пер} = |\varepsilon| \cdot h_1 = 5{,}64м/c^2, \qquad a^{n}_{пер} = \omega^2 \cdot h_1 = 5{,}64м/c^2. \qquad (7)$$

3) *Кориолисово ускорение.*

Модуль кориолисова ускорения находим по формуле

$$a_к = 2|V_{отн}| \cdot |\omega| \cdot \sin\alpha ,$$

где α - угол между вектором $\overline{V}_{отн}$ и осью вращения (вектором $\overline{\omega}$).

В нашем случае этот угол равен 90^0. Так как ось вращения перпендикулярна плоскости пластины, в которой расположен вектор $\overline{V}_{отн}$. Численно в момент времени $t_1 = 2c$ (в этот момент времени $|V_{отн}| = 1{,}42 м/с$ и $|\omega| = 2c^{-1}$) получим:

$$a_к = 5{,}68 м/с^2 \qquad (8)$$

Направление $\overline{a}_к$ найдём по правилу Н.Е.Жуковского: так как вектор $\overline{V}_{отн}$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения, то повернём его на 90^0 в направлении ω, то есть по ходу часовой стрелки. (Иначе направление $\overline{a}_к$ можно найти, учитывая, что $\overline{a}_к = 2(\overline{\omega} \times \overline{V}_{отн})$).

Таким образом, значения всех входящих в правые части равенств (1),(2),(3) векторов найдены и для определения $V_{абс}$ и $a_{абс}$ остаётся только сложить эти векторы. Произведём это сложение аналитически.

4) *Определение* $V_{абс}$.

Введём прямоугольную систему координат B_1xy и спроектируем почленно на оси этой системы координат обе части равенства:

$$\overline{V}_{абс} = \overline{V}_{отн} + \overline{V}_{пер} .$$

Получим для момента времени $t_1 = 2c$:

$$V_{абсx} = V_{отнx} + V_{перx} = 0 - |V_{пер}| cos45^0 = -1{,}99 м/с ;$$

$$V_{абсy} = V_{отнy} + V_{перy} = |V_{отн}| + |V_{пер}| \cos 45^0 = 3{,}41 м/с ,$$

тогда

$$V_{абс} = \sqrt{V_{абсx}^2 + V_{абсy}^2} = 3{,}95 м/с .$$

5) *Определение* $a_{абс}$.

Спроектируем на оси системы координат B_1xy обе части равенства теоремы о сложении ускорений:

$$\overline{a}_{абс} = \overline{a}^{\tau}_{отн} + \overline{a}^{n}_{отн} + \overline{a}^{\tau}_{пер} + \overline{a}^{n}_{пер} + \overline{a}_к , \qquad (9)$$

получим

$$a_{абсx} = a^n_{отн} + a_к + a^n_{пер} cos45^0 - |a^{\tau}_{пер}| \cos 45^0 ,$$

$$a_{абсy} = a^n_{пер} + |a^{\tau}_{пер}| \cos 45^0 - |a^{\tau}_{отн}| .$$

Подставив в полученные равенства значения, которые имеют в момент времени $t_1 = 2c$., найдём:

$$a_{абсx} = 9{,}74 м/с^2 , \qquad a_{абсy} = 7{,}15 м/с^2 ,$$

тогда

$$a_{абс} = \sqrt{a^2_{абсx} + a^2_{абсy}} = 12{,}08 м/с^2 .$$

Ответ: $V_{абс} = 3{,}95 м/с, \quad a_{абс} = 12{,}08 м/с^2$.

Задачи для самостоятельной работы студентов

Задача 1(рис. 3)

Даны уравнения движения точки в плоскости Oxy:

$x = f(t)$, $y = f(t)$(x, y - в сантиметрах, t - в секундах).

Определить: уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1c$ найти скорость и ускорение точки, а также её касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Таблица 1

Варианты заданий к задаче 1

Номер варианта	**x= f(t)**	**y= f(t)**
1	$6\cos(\pi t/6) - 3$	$12\sin(\pi t/6)$
2	$4\cos(\pi t/6)$	$-6\cos(\pi t/3)$
3	$-3\cos(\pi t/6) + 2$	$-3\sin^2(\pi t/6)$
4	$t - 4$	$2t^2 + 2$

Номер варианта	x= f(t)	y= f(t)
5	4 – 2t	8sin(πt/4)
6	2 - t	$(2 + t)^2$
7	2t	$2t^3$
8	8sin(πt/6) - 2	4cos(πt/6)
9	12sin(πt/6)	$6\cos^2(\pi t/6)$
10	-6sin(πt/6) + 4	4cos(πt/3)
11	t- 2	$2 – t^3$
12	6cos(πt/6) - 3	9sin(πt/6)
13	4cos(πt/6)	3cos(πt/3)
14	- 3cos(πt/6) +2	10sin(πt/6)
15	t- 4	2cos(πt/4)
16	4 – 2t	$2 – 3t^2$
17	2 - t	2sin(πt/4)
18	2t	$(t + 1)^2$
19	8sin(πt/6) - 2	10cos(πt/6)
20	12sin(πt/6)	$-4\cos^2(\pi t/6)$

Задача 2 **(рис. 4)**

Точка движется по дуге окружности *R* по закону:

$s = f(t)$ (s - в метрах, t - в секундах), где $s = \overset{\smile}{AM}$.

Определить: скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1c$. Изобразить на рисунке векторы скорости и ускорения, считая, что точка в этот момент времени находится в положении М, а положительное направление отсчета s – от А к М.

Таблица 2

Варианты заданий к задаче 2

Номер варианта	R	s= f (t)
1	1	4cos(πt/6)
2	3	2sin(πt/3)
3	2	$6t – 2t^2$
4	4	-2sin(πt/6)
5	6	4cos(πt/3)
6	5	-3sin(πt/3)
7	7	$-10t + 3t^2$
8	9	-2cos(πt/3)
9	10	3sin(πt/6)
10	8	-2cos(πt/6)
11	5	4cos(πt/6)
12	7	2sin(πt/3)
13	9	$6t – 2t^2$
14	10	-2sin(πt/6)
15	8	4cos(πt/3)
16	1	-3sin(πt/3)

Номер варианта	R	s= f (t)
17	3	$-10t + 3t^2$
18	2	$-2\cos(\pi t/3)$
19	4	$3\sin(\pi t/6)$
20	6	$-2\cos(\pi t/6)$

***Задача 3*(рис. 6)**

Рейка 1, ступенчатое колесо 2 с радиусами R_2 и r_2, и колесо 3 радиуса R_3, скреплённое с валом радиуса r_3 находятся в зацеплении; на вал намотана нить с грузом 4 на конце. Рейка движется по закону: $s = f(t)$. На ободе колеса 3 находится точка А.

Определить: $\omega_3, V_4, \varepsilon_3, a_A$. в момент времени $t = 3c$.

Таблица 3

Варианты заданий к задаче 3

Номер варианта	R_2	r_2	R_3	r_3	S_1=f(t)
1	4	2	8	6	$4(7t - t^2)$
2	6	4	10	5	$2(-3 + t^2)$
3	8	6	12	4	$-9+ 2t^2$
4	5	3	6	4	$7t -3 t^2$
5	7	5	16	12	$3t - t^2$
6	9	7	14	10	$5t -2 t^2$
7	10	8	9	6	$2(-3t + t^2)$
8	12	6	11	5	$-8 +3t^2$
9	11	5	16	10	$-5t +2t^2$
10	10	4	15	9	$8t - 3t^2$
11	8	4	6	3	$4(7t - t^2)$
12	10	6	5	2	$5 - 4t^2$
13	12	8	4	2	$3t - 2t^2$
14	6	5	6	4	$6t + t^2$
15	16	7	12	6	$4t + 3t^2$
16	14	9	10	5	$7t - 2t^2$
17	9	5	6	3	$8t^2+ 5$
18	11	8	5	2	$3t^2- 8$
19	16	11	10	7	$5t - 4t^2$
20	15	10	9	6	$6 + 9t^2$

***Задача 4*(рис.10)**

Механизм состоит из стержней 1,2,3,4 и ползуна B, соединённых друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами.

Дано: $AD = DB$, $\omega_1 = 2c^{-1}$, построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом **α.**

Определить: V_B, V_E, ω_2.

Таблица 4

Варианты заданий к задаче 4

Номер варианта	α	β	γ	φ	θ	l_1	l_2	l_3
1	0	60	30	0	120	0,1	1,1	1,3
2	90	120	150	0	30	0,2	1,2	1,4
3	30	60	30	0	120	0,3	1,3	1,5
4	60	150	150	90	30	0,4	1,4	1,6
5	30	30	60	0	150	0,5	1,5	1,7
6	90	120	120	90	60	0,6	1,6	1,8
7	90	150	120	90	30	0,7	1,7	1,9
8	0	60	60	0	120	0,8	1,8	2,0
9	60	150	120	90	30	0,9	1,9	2,1
10	30	120	150	0	60	0,1	1,3	1,5
11	120	30	30	90	150	0,2	1,4	1,6
12	0	60	90	0	120	0,3	1,5	1,7
13	60	150	30	90	30	0,4	1,6	1,8
14	0	150	30	0	60	0,5	1,7	1,9
15	30	120	120	0	60	0,6	1,8	2,0
16	90	120	90	90	60	0,7	1,9	2,1
17	0	150	90	0	120	0,8	2,0	2,2
18	30	120	30	0	60	0,9	2,1	2,3
19	90	120	120	90	150	0,2	1,4	1,8
20	60	60	60	90	30	0,5	1,6	1,9

***Задача 5* (рис.11)**

Пластина $OEAB_1D$ ($OE = OD$) вращается вокруг оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости пластины, по закону $\varphi = t^2 - 0{,}5t^3$.

По дуге окружности радиуса $R = 0{,}5м$ движется точка B по закону $s = \overset{\cup}{AB} = \pi R\cos(\frac{\pi t}{3})$ (положительное направление отсчёта s - от A к B).

Определить: $V_{абс}$ и $a_{абс}$ в момент времени $t_1 = 2c$.

Таблица 5

Варианты заданий к задаче 5

Номер варианта	φ=f(t)	R	s= f(t)
1	$4(t^2-t)$		$12\sin(\pi t/6)$
2	$3t^2-8t$		$-6\cos(\pi t/3)$
3	$6t^3-12t^2$		$-3\sin(\pi t/6)$
4	$10t^2-5t^2$		$-2\cos(\pi t/6)$
5	$2(t^2-t)$		$8\sin(\pi t/4)$
6	$5t-4t^2$		$3\cos(\pi t/3)$
7	$15t-3t^3$		$10\sin(\pi t/6)$

Номер варианта	φ=f(t)	R	s= f(t)
8	$2t^3$-11t		4cos(πt/6)
9	$6t^2$-$3t^3$		6cos(πt/6)
10	$2t^2 + 2$		4cos(πt/3)
11	$(2 + t)^2$		-2cos(πt/6)
12	$2t^3$		4cos(πt/6)
13	$6t – 2t^2$		2sin(πt/3)
14	$-10t + 3t^2$		10cos(πt/6)
15	$4t + 3t^2$		-4cos(πt/6)
16	$7t – 2t^2$		4cos(πt/3)
17	$8t^2+ 5$		-3sin(πt/3)
18	$3t^2- 8$		-2sin(πt/6)
19	$5t – 4t^2$		-2cos(πt/3)
20	$6 + 9t^2$		3sin(πt/6)

Задачи для самостоятельной работы студентов

7.1. Траектория и положение точки в прямоугольной системе координат	
Заданы уравнения движения точки x = 1 + 2 sin 0,1t, y = 3t. Определить координату x точки в момент времени, когда ее координата *y* = 12 м. (1,78)	Задано уравнение движения точки *r* =3 *ti* + *4 tj*. Определить координату *y* точки в момент времени, когда r =5 м. (4)
Заданы уравнения движения точки *x* = *3t, y* = t^2. Определить расстояние точки от начала координат в момент времени *t* = 2 с. (7,21)	Заданы уравнения движения точки *x* = cos *t*, *y* =*2*sin *t*. Определить расстояние от точки до начала координат в момент времени *t* = 2,5 с. (1,44)
Заданы уравнения движения точки *x* = *2t, y* = *t*. Определить время *t*, когда расстояние от точки до начала координат достигнет 10м. (4,47)	Заданы уравнения движения точки *x* = 2*t, y* = 1 -2sin0,1*t*.Определить ближайший момент времени, когда точка пересечет ось *Ox*. (5,24)
Заданы уравнения движения точки *x* = sin *t, y* = cos *t*. Определить ближайший момент времени, когда радиус-вектор точки, проведенный из начала координат, образует угол 45° с осью *Ox*. (0,785)	*точки* Для очки *A* заданы уравнения движения *x* = 2 cos *t*, *y* = 3 sin *t*. Определить угол между осью *Ox* и радиусом-вектором *OA* точки в момент времени *t* = 1,5 с. (1,52)
Дано уравнение движения точки x = sin*πt*. Определить скорость в ближайший после начала движения момент времени *t*, когда координата *x*= 0,5 м. (2,72)	**7.2. Скорость точки в прямоугольной системе координат**
Дано уравнение движения точки *r* = t^2 *i*+ 2 *tj*+ 3 *к*. Определить модуль	Даны уравнения движения точки *x* = t^2, *y* = sin 7πt, *z* = cos *π t*. Определить модуль скорости

скорости точки в момент времени $t = 2\,c$. (4,47)	точки в момент времени t =1с. (3,72)
Скорость движения точки $v = 2ti + 3j$. Определить угол в градусах между вектором скорости и осью Ox в момент времени t = 4 с. (20,6)	Проекция скорости точки $v_x = 2\cos\pi t$. Определить координату x точки в момент времени t=1с, если при $t_0 = 0$ координата $x_0 = 0$. (0)
Точка движется по прямой с ускорением а = 0,3 м/с^2. Определить начальную скорость, если через 6с скорость точки стала равной 3 м/с. (1,2)	**7.3.Постоянное ускорение точки в прямоугольной системе координат**
Скорость автомобиля равномерно увеличивается в течение 12с от нуля до 60 км/ч. Определить ускорение автомобиля. (1,39)	Точка движется по прямой с ускорением а = 0,5 м/с^2. Определить, за какое время будет пройдено расстояние 9 м, если при $t_0 = 0$ скорость v_0 =0. (6)
Сколько секунд должен работать двигатель, который сообщает ракете ускорение 3g, чтобы скорость ракеты в прямолинейном движении возросла с 3 до 5 км/с? (68,0)	Самолет при посадке касается посадочной полосы с горизонтальной скоростью 180 км/ч. После пробега 1000 м самолет останавливается. Определить модуль среднего замедления самолета. (1,25)
Скорость автомобиля 90 км/ч. Определить путь торможения до остановки, если среднее замедление автомобиля равно 3 м/с (104)	Точка начинает движение из состояния покоя и движется по прямой с постоянным ускорением а = 0,2 м/с^2. Определить путь, который точка пройдет за промежуток времени от $\boldsymbol{t_1}$ = 4 с до $\boldsymbol{t_2}$ = 10 с. (8,4)
Скорость точки $\boldsymbol{v} = 0{,}9ti + t^2 j$. Определить модуль ускорения в момент времени t = 1,5 с. (3,13)	**7.4. Переменное ускорение точки в прямоугольной системе координат**
Ускорение точки $\boldsymbol{a} = 0{,}5ti + 0{,}2\,t^2 j$. Определить модуль ускорения в момент времени t = 2 с. (1,28)	Даны проекции скорости на координатные оси $v_x = 3t$, $v_y = 2t^2$, $v_z = t^3$. Определить модуль ускорения в момент времени t = 1 с. (5,83)
Положение **точки** на_плоскости определяется ее радиусом-вектором $r = 0{,}3t^2 i + 0{,}1\,t^3 j$. Определить модуль ускорения точки в момент времени t = 2 с. (1,34)	Даны уравнения движения точки $x = \cos \pi t$, $y = \sin \pi t$. Определить модуль ускорения в момент времени t = 1с. (9,87)
Дано ускорение точки $a = 2\,ti + t^2 j$. Определить угол в градусах между вектором a и осью Ox в момент времени t = 1с. (26,6)	Даны уравнения движения точки: $x = 8 - t^2$, $y = t^2 - \cos t$. Определить проекцию ускорения a_y в момент времени, когда координата x = 0. (1,05)
Точка движется прямолинейно с ускорением а = 0,2t. Определить	Точка движется по прямой Ox с ускорением a_x = 0,7t. Определить координату x точки в

момент времени *t,* когда скорость точки будет равна 2 м/с, если, при t_0 = 0 скорость v_0 = 0. (4,47)	момент времени t = 5 с, если при $t_0 = 0$ скорость v_0= 0 и координата x_0 = 0. (14,6)
Точка движется по траектории согласно уравнению $s = 15 + 4\sin \pi t$. Указать ближайший после начала движения момент времени t_1, при котором s_1 = 17 м. (0,167)	**7.5. Уравнение движения и скорость точки при естественном способе задания движения**
Точка движется по траектории согласно уравнению s = 0,5 t^2 + 4*t*. Определить, в какой момент времени скорость точки достигнет 10 м/с. (6)	Точка движется по заданной траектории со скоростью *v* = 5 м/с. Определить криволинейную координату *s* точки в момент времени ***t*** = 18 с, если при t_0 = 0 координата s_0 = 26 м. (116)
Точка движется по кривой со скоростью ***s'*** = 0,5 ***t.*** Определить ее координату в момент времени ***t*** = 10 с, если при t_0 = 0 координата точки s_0 = 0. (25)	Скорость точки задана уравнением v = 0,2 *t.* Определить криволинейную координату *s* точки в момент времени t = 10 с, если при t_0 = 0 координата s_0 = *0. (*10)
Задан закон движения точки в прямоугольной системе координат: $x = 3t^2$, $y = 4t^2$. Определить момент времени, когда криволинейная координата точки *s* = 110 м, если при t_0 = 0 s_0 = 0 и точка движется в положительном направлении координаты s. (4,69)	Задан закон движения точки в прямоугольной системе координат x = 3 cos *t, y = 3* sin *t.* Определить момент времени, когда криво-линейная координата точки s = 7 м, если при t_0 = 0 s_0 = *0.* Точка движется в положительном направлении координаты s . (2, 33)
Задан закон движения точки в прямоугольной системе координат: $x = 2t$, $y = 3t$, $z = 5t$. Определить криволинейную координату s точки в момент времени *t* = 10 с, если при t_0 = 0 s_0 = 14 м и точка движется в положительном направлении координаты s. (75,6)	Задан закон движения точки в прямоугольной системе координат: x = 2 sin *t, y = 2* cos *t.* Определить криволинейную координату s точки в момент времени *t* = 5 с, если при t_0 = 0 s_0 = 0 и точка движется в положительном направлении координаты s. (10)
	7.6. Касательное ускорение точки
Точка движется по окружности согласно уравнению $s = t^3 + 2t^2 + 3t$. Определить криволинейную координату точки в момент времени, **КОГДА** ее касательное ускорение a_τ =16 м/с^2. (22)	Точка движется с постоянным касательным ускорением a_τ = 0,5 м/с^2. Определить криволинейную координату точки в момент времени *t* = 4 с, если при *to* = 0 скорость точки v_0 = 0, координата s_0 = 0. (4)
Проекции скорости точки во время движения определяются	Скорость точки в декартовых координатах задана выражением $v = 1{,}5i + 1{,}5\,tj + 0{,}5\,t^2\,к$.

выражениями: $v_x = 0{,}2\ t^2, v_y = 3$ м/с. Определить касательное ускорение в момент времени t = 2,5 с. (0,385)	Определить касательное ускорение точки в момент времени $t = 2$ *с.* (2,18)
Проекции ускорения точки во время движения определяются выражениями $a_x = 0{,}8\ t$ м/с^2, $a_y = 0{,}8$ м/с^2. Найти касательное ускорение в момент времени t =2 с, если при $t_0 = 0$ скорость точки $v_0 = 0$. (1,70)	Ускорение точки в декартовых координатах задано выражением $a = 0{,}1\ ti + 0{,}9\ j$. Определить касательное ускорение точки в момент времени t =10 с, если при $t_0 = 0$ скорость точки $v_0 = 0$. (1,27)
7.7. Нормальное ускорение точки	Точка движется с постоянной скоростью v = 30 см/с по дуге окружности радиуса r = 2 м. Определить нормальное ускорение точки в см/с^2 .(4,5)
По окружности движется точка согласно уравнению $s = 5t - 0{,}4\ t^2$. Определить время t, когда нормальное ускорение $a_{,,} = 0$. (6,25)	Определить радиус закругления трассы бобслея, если при скорости спуска 120 км/ч нормальное ускорение саней $a_n = 2g$. (56,6)
Электровоз движется по дуге окружности радиуса R = 300 м. Определить максимальную скорость электровоза в км/ч, при которой нормальное ускорение не превышало бы 1м/с^2. (62,4)	Самолет летит но круговой траектории, радиус которой r = 10 км. Определить скорость самолета в км/ч, если его нормальное ускорение a_n = 6,25 м/с^2. (900)
Дано уравнение движения точки по траектории: $s = 0{,}1\ t^2 + + 0{,}2t$. Определить ее нормальное ускорение в момент времени t = 6 с. В положении, занимаемом точкой в этот момент, радиус кривизны траектории ρ = 0,6 м. (3,27)	Дано уравнение движения точки по траектории $s = 0{,}6t^2$. Определить нормальное ускорение точки в момент времени, когда ее координата s = 30 м и радиус кривизны траектории ρ = 15 м. (4,80)
По окружности, радиус которой r = 7 м, движется точка согласно уравнению $s = 0{,}3\ t^2$. Определить время, когда нормальное ускорение точки a_n = 1,5 м/с^2. (5,40)	Точка движется но окружности, радиус которой r = 20 м, со скоростью v = e^t. Определить момент времени, когда нормальное ускорение точки a_n = 3 м/с^2. (2,05)
Точка движется по окружности радиуса r = 2 м. Нормальное ускорение точки меняется согласно закону $a_n = 2t^2$. Определить угол в градусах между векторами скорости и полного ускорения точки в момент времени $t = 1$ с. (45)	**7.8. Ускорение точки при естественном способе задания движения**
Даны нормальное a_n = 2,5 м/с^2 и касательное a_τ = 1,5 м/с^2 ускорения точки. Определить полное ускорение точки. (2,92)	Определить модуль ускорения точки, если его вектор a = 2,5 n + 3,5 τ, где n и τ - орты естественного триэдра. (4,30)
Точка движется по криволинейной	Определить нормальное ускорение точки в

траектории с касательным ускорением a_τ = 1,4 м/с^2 . Определить нормальное ускорение точки в момент времени, когда ее полное ускорение а = 2,6 м/с^2. (2,19)	момент времени, когда ускорение точки а = 1,5 м/с^2, а угол между векторами ускорения и скорости равен 65° . (1,36)
Точка движется по окружности. Определить радиус окружности, если в момент времени, когда скорость v = 10 м/с, вектор ускорения и вектор скорости, равный но модулю 1,2 м/с, образуют угол 30°. (167)	Ускорение точки а = 1 м/с^2. Векторы ускорения и скорости образуют угол 45°. Определить скорость в км/ч, если радиус кривизны траектории ρ = 300 м. (52,4)
Точка движется по окружности, радиус которой r = 200 м, с касательным ускорением 2 м/с^2. Определить угол в градусах между векторами скорости и полного ускорения точки в момент времени, когда ее скорость v = 10 м/с. (14,0)	Задано уравнение движения точки по криволинейной траектории: $s = 0,2t^2 + 0,3t$. Определить полное ускорение точки в момент времени t = 3 с, если в этот момент радиус кривизны траектории ρ = 1,5 м. (1,55)
8.2.5 Угловая скорость маховика изменяется согласно закону ω = π(6t – t^2). Определить время t > 0 остановки маховика.(6)	**8.2. Вращательное движение твердого тела. Угловая скорость и угловое ускорение. Скорость и ускорение точек тела**
Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону φ = 4 + 2 t^3. Определить угловое ускорение тела в момент времени, когда угловая скорость ω = 6 рад/с. (12)	Угловая скорость тела изменяется согласно закону ω = 2—8 t^2. Определить время t остановки тела. (0,5)
Угловое ускорение тела изменяется согласно закону ε = 2t. Определить угловую скорость тела в момент времени t = 4 с, если при t_0 = 0 угловая скорость равна нулю. (16)	Угловое ускорение тела изменяется согласно закону ε = 3 t^2. Определить угловую скорость тела в момент времени t = 2 с, если при t_0 = 0 угловая скорость ω_0 = 2 рад/с. (10)
Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = t^2$. Определить скорость точки тела на расстоянии r = 0 5 м от оси вращения в момент времени, когда угол поворота φ = 25 рад. (5)	Угловая скорость балансира механических часов изменяется по закону ω= π sin 4 πt. Определить в см/с скорость точки балансира на расстоянии h = 6 мм от оси вращения в момент времени t = 0,125с.
Скорость точки тела на расстоянии r = 0 , 2 м от оси вращения изменяется по закону $v = 4t^2$. Определить угловое ускорение данного тела в момент времени t = 2 с. (80)	Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону φ = 2t^2. Определить нормальное ускорение точки тела на расстоянии r = 0,2 м от оси вращения в момент времени t = 2 с .(12,8)

Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = 2\ t^3$. В момент времени $t = 2$ с определить касательное ускорение точки тела на расстоянии от оси вращения r = 0,2 м. (4,8)	Угловая скорость тела изменяется по закону $\omega = 2t^3$. Определить касательное ускорение точки этого тела на расстоянии r = 0,2 м от оси вращения в момент времени $t = 2$ с. (4,8) (1,88)

Список рекомендуемой литературы

1. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: в 2-х т. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. - Т.1 : Статика и кинематика; Т.2: Динамика. - 11-е изд., стер. - СПб. : Изд-во "Лань", 2009. - 736 с. : ил. ; 21 см. - (Учебники для вузов. Специальная литература).
2. Митюшов, Е.А. Теоретическая механика. Учебник для студентов вузов./ Е.А. Митюшов,С.А. Берестова. – М.: Академия, 2006. –320 с.
3. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин. – М.: Высшая школа, 1990. –607 с.
4. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг. – М.: Высшая школа, 2010. – 416 с.
5. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: Учебное пособие / Под ред. В.А. Пальмова, Д.Р. Меркина. – СПб.: Изд-во "Лань", 2010. – 448 с.
6. Статика. Электронное издание локального распространения, 060190 Э. Методическое пособие. Сост. Ольшанский В.Ю., Ткаченко Г.П. СГТУ, 2005.
7. Кепе, О.Э. Сборник коротких задач по теоретической механике / О.Э. Кепе. – СПб.: Изд-во "Лань", 2008. – 368 с.